

Código Contido	Nome	Curso académico	Idioma
091105A	Topoloxía dos Espazos Euclidianos	2007/2008	Galego

Obxectivos da materia

Trátase de estudar conceptos, métodos e propiedades métricos e, fundamentalmente, topolóxicos en \mathbb{R}^p , partindo da súa estrutura euclidiana. Os principais conceptos que se van estudar son os de continuidade, compacidade e conexidade, facendo especial fincapé nas técnicas de converxencia de sucesións.

Contidos

1. OS ESPAZOS EUCLIDIANOS
 - 1.1. Produto escalar e norma euclidiana
 - 1.2. Desigualdades de Cauchy-Schwarz e de Minkowski
 - 1.3. Distancia euclidiana. Propiedades; a desigualdade triangular
 - 1.4. Bólas abertas
 - 1.5. Distancia entre conxuntos. Conxuntos limitados. Diámetro
2. A TOPOLOXÍA DE \mathbb{R}^p
 - 2.1. Definición de conxunto aberto. Exemplos
 - 2.2. Propiedades características dos conxuntos abertos
 - 2.3. Conxuntos pechados.
3. ESPAZOS E SUBESPAZOS
 - 3.1. Espazos e subespazos
 - 3.2. Abertos relativos.
 - 3.3. Interior, adherencia e fronteira dun conxunto
4. CONVERXENCIA
 - 4.1. Sucesións. Sucesións converxentes
 - 4.2. Converxencia e topoloxía: puntos de acumulación.
5. COMPLETITUDE
 - 5.1. Sucesións de Cauchy
 - 5.2. A completitude de \mathbb{R} : principio do supremo e postulado dos intervalos encaixados
 - 5.3. Teorema de Bolzano-Weierstrass. Completitude de \mathbb{R}^p .
6. CONTINUIDADE
 - 6.1. Definición local de continuidade
 - 6.2. Composición de funcións continuas
 - 6.3. Continuidade secuencial
 - 6.4. Continuidade uniforme
7. CONTINUIDADE GLOBAL
 - 7.1. Caracterización global da continuidade
 - 7.2. Restrición de funcións continuas
 - 7.3. Función combinada
8. EXTENSIÓN DE FUNCIÓNS
 - 8.1. Extensión de funcións. Lema de Urysohn
 - 8.2. Conxuntos densos e unicidade da extensión
 - 8.3. Existencia de extensións uniformemente continuas
9. PROPIEDADES TOPOLÓXICAS
 - 9.1. Homeomorfismos.
 - 9.2. Propiedades topolóxicas
10. COMPACIDADE
 - 10.1. A condición de Borel-Lebesgue. Teorema de Heine-Borel
 - 10.2. A condición de Bolzano-Weierstrass e a compacidade secuencial
 - 10.3. Compacidade e continuidade
 - 10.4. Continuidade uniforme
11. CONEXIDADE
 - 11.1. Separación. Espazos conexos
 - 11.2. Teorema do valor intermedio
 - 11.3. Conxuntos compactos e conexos

Bibliografía básica e complementaria

1. BARTLE, R.G. Introducción al Análisis Matemático. Ed. Limusa. México, 1980
2. CHINN, W.G. and STEENROOD, N.E. Primeros conceptos de Topología. Ed. Alhambra.
3. MASA VÁZQUEZ, X.M. Topoloxía xeral. Introducción aos espazos euclidianos, métricos e topolóxicos. Manuais universitarios, 1. Universidade de Santiago de Compostela, 1999.

4. SUTHERLAND, W.A. Introduction to metrics and topological spaces. Clarendon Press. Oxford.

Competencias

Unha das ferramentas que utilizaremos de forma máis reiterada será a converxencia de sucesións. Esa será a primeira competencia curricular que sinalamos, que podería enunciarse como capacidade de aplicar a converxencia de sucesións á caracterización de propiedades topolóxicas. Isto require unha boa comprensión do concepto de límite, primeiro; require ser capaz de identificar sucesións converxentes; require ser capaz de construír sucesións converxentes relevantes para a cuestión en estudo; ser capaz, en fin, de relacionar a converxencia coa propiedade considerada, ideando a oportuna demostración.

A segunda competencia curricular ten que ver coa continuidade das funcións máis comúns no ámbito dos espazos euclidianos. Trátase de identificar funcións continuas ou discontinuidades de funcións, de describir funcións xeométricamente, dispor de exemplos de funcións que ilustren propiedades diversas, ou expresar analiticamente transformacións xeométricas sinxelas.

Os resultados máis profundos do programa relaciónanse cos conceptos de compacidade e conxidade. É tamén o marco no que se obteñen as aplicacións máis fortes da teoría desenvolta. Coñecer esta teoría abstracta e comprender o papel determinante que estas nocións desempeñan nas aplicacións consideradas é a terceira competencia curricular. Na súa expresión máis sinxela, o resultado típico dirá que toda función real continua con dominio un intervalo pechado alcanza o máximo, o mínimo e calquera valor intermedio. É unha mostra dun dos aspectos máis característicos da matemática: como a solución de problemas, as veces de formulación simple, require a miúdo de teorías moi abstractas.

Ademais destas competencias estritamente curriculares, no curso vanse traballar outras dúas.

A primeira céntrase na linguaxe das matemáticas, nunha dobre vertente: comprender os enunciados cos que se traballa, diferenciar hipóteses, tese e demostración, comprender o valor dos exemplos e dos contra-exemplos,... Doutra parte trátase de incidir na expresión matemática formal, acadar unha escritura medianamente correcta, evitando mesturar a linguaxe informal coa sintaxe lóxica formal.

A segunda competencia non curricular terá que ver coas estratexias de aprendizaxe, tratando de inculcar a práctica de pensar por un mesmo, do esforzo na comprensión, analizando exemplos concretos, do empeño na resolución de exercicios, evitando a dinámica de buscar onde ler a solución, adquirir o hábito do esforzo por encontrar un mesmo o camiño, de xeito que cada estudante poida chegar a elaborar demostracións propias de cuestións sinxelas, non porque as recorde, senón pola pericia que teña acadado.

Metodoloxía da ensinanza

As tres cuartas partes do traballo na aula corresponden, fundamentalmente, a docencia impartida polo profesor. De ordinario, nunha mesma sesión adicarase un tempo á exposición ou ilustración de algunha cuestión teórica, e outro tempo á resolución de problemas ou exercicios. As veces, o modelo achegarase ao da lección maxistral, as veces procurarase a implicación de todo o alumnado na discusión das cuestións suscitadas.

No resto da docencia presencial, as horas de laboratorio, preténdese unha maior participación activa das e dos estudantes. Adicaranse, fundamentalmente, a resolver os exercicios e problemas propostos.

Eventualmente, demandarase a entrega por escrito de algunha cuestión ou exercicio.

As titorías adicaranse, de forma individual ou en grupos, a resolver as dúbidas e dificultades que vaian xurdindo.

Sistema de avaliación da aprendizaxe

Haberá un dobre método de avaliación: a avaliación puntual, mediante unha proba final escrita, o exame, fixado no calendario da facultade; e a avaliación continuada, realizada ao longo do curso, baseada principalmente na participación de cada estudante na aula. A cualificación da materia será a do exame incrementada, no seu caso, en función dunha avaliación continuada positiva.

O exame terá unha parte de teoría, que pode abarcar definición de conceptos, enunciado de resultados ou proba total ou parcial deles. O resto consistirá na resolución de exercicios, que serán análogos aos propostos ao longo do curso. Indicativamente, cada parte terá un peso de entre un 40 e un 60% do total.

Tempo de estudos e de traballo persoal que debe dedicar un estudante para superala

A docencia da materia repártese en 3 créditos de teoría, 1,5 créditos de problemas e 1,5 créditos de laboratorio. Contabilízanse outros 1,5 créditos adicados a titorías programadas.

Aos 7,5 créditos totais corresponden, por término medio, unhas 187,5 horas de traballo para cada estudante.

A título orientativo, 105 horas de traballo corresponderían aos 4,5 créditos de encerado, teoría e problemas: 45 presenciais, 60 de traballo autónomo. Ao traballo de laboratorio corresponderían 45 horas: 15 presenciais e 30 de traballo autónomo. O resto do tempo correspondería a titorías (que tamén requiren traballo autónomo), preparación e realización do exame e preparación dos eventuais traballos escritos solicitados.

Recomendacións para o estudo da materia

No curso adicase moito tempo á resolución de exercicios. Obviamente, considérase un aspecto fundamental na aprendizaxe da materia. Isto non debe conducir a pensar que a teoría ten menos importancia: ben ao contrario, a teoría é a pedra angular da formación. Haberá que manexar certo número de definicións e resultados, que se terán que asimilar nun período breve de tempo. As demostracións dos resultados axudan a comprendelos mellor e permiten familiarizarse coas técnicas máis importantes; deben constituír un dos compoñentes fundamentais do estudo da materia. O outro, certamente, será o empeño na resolución dos exercicios.

Observacións

Existe un curso virtual de apoio á docencia desta materia, ao que se pode acceder no enderezo:
<http://xtsunxet.usc.es/topoloxia/>