Materia: Xeometría e Topoloxía
Código: 091405
Titulación: Licenciatura en Matemáticas
Curso: Cuarto
Profesor: Fernando Alcalde Cuesta

GUÍA DOCENTE:

Obxectivos da materia

Estudar os conceptos básicos da xeometría diferencial no contexto xeral das variedades diferenciables, destacando a súa importancia na física e favorecendo o punto de vista intrínseco e global fronte aos puntos de vista extrínsecos e locais previos. Trasladar as destrezas adquiridas no cálculo diferencial, exterior e integral dos modelos locais, os espazos euclidianos, ás variedades diferenciables.

Contidos mínimos

1. *Variedades topolóxicas e diferenciables*
Variedades topolóxicas. Variedades diferenciables. Propiedades topolóxicas das variedades

2. *Aplicacións diferenciables*
Aplicacións diferenciables. Difeomorfismos. Teorema do rango. Teorema da función inversa. Funcións diferenciables reais

3. *Vectores tanxentes*
Espazo vectorial tanxente. Aplicación linear tanxente. Inmersións, submersións e difeomorfismos locais.

4. *Subvariedades e variedades cociente*
Subvariedades inmersas e regulares. Variedades cociente

5. *Campos de vectores*
Fibrado tanxente. Campos de vectores. Curvas integrais. Fluxos locais e globais.

6. *Formas diferenciais*
Fibrado cotanxente. Formas diferenciais. Diferencial exterior.

7. *Particións da unidade*
Variedades paracompactas. Particións diferenciables da unidade

8. *Orientación*
Orientación nos espazos vectoriais. Orientación nas variedades diferenciables

9. *Integración e teorema de Stokes*
Integración de formas en variedades. Integración sobre dominios regulares. Teorema de Stokes

Bibliografía básica e complementaria

BACHMAN D., A Geometric Approach to Differential Forms. *Birkhäuser*, Boston, 2006.
BOOTHBY W.M., *An Introduction to Differentiable Manifolds and Riemannian Geometry*. Academic Press, New York, 1986.
CONLON L., *Differentiable Manifolds. A first Course*. Birkhäuser, Boston, 1993.
DARLING R.W.R., *Differential Forms and Connections*. Cambridge University Press, Cambridge, 1994.
DUBROVIN B.A., FOMENKO A.T., NOVIKOV S.P., *Modern Geometry. Methods and Applications*. Springer, New York, 1985.
LEE J.M., *Introduction to Smooth Manifolds*. Springer-Verlag, Berlin, 2000
MATSUSHIMA Y., *Differentiable Manifolds*. Marcel Dekker, New York, 1972.
NASH C. and SEN S., *Topology and Geometry for Physicist*. Academic Press, London, 1983.
SPIVAK M., *A Comprehensive Introduction to Differential Geometry*. Publish or Perish, Berkeley, 1979.
WARNER F.W., *Foundations of Differentiables Manifolds and Lie Groups*. Scott, Foresman and Co., Glenwiew, Illinois, 1971.

Como recurso adicional de aprendizaxe, propiciarase o uso de páxinas web onde os alumnos poderán atopar información complementaria ou paquetes xeométricos interactivos:

http://mathworld.wolfram.com/
http://www.geom.umn.edu/
http://www.scienceu.com/
http://scientium.com/drmatrix/sciences/math.htm
http://www.c3.lanl.gov/mega-math/index.html
http://www.maths.gla.ac.uk/~wws/cabripages/cabri0.html
http://www.geom.uiuc.edu/docs/education/institute91/
http://www.geom.uiuc.edu/apps/gallery.html
http://www.maa.org/news/mathgames.html
http://www.spsu.edu/math/tile/index.htm
http://at.yorku.ca/topology/
http://www.stetson.edu/~efriedma/
http://www.epsilones.com/index.html

Dependendo do nivel de cualificación dos alumnos, usáranse presentacións sobre algúns aspectos complementarios do programa: os teoremas de Jordan e Schönflies, a existencia de puntos salvaxes nas variedades topolóxicas e os mosaicos do plano.

Competencias, destrezas e habilidades

1. Coñecemento e uso dos conceptos básicos da xeometría diferencial: sistemas de coordenadas, atlas e diferenciabilidade de funcións e aplicacións.
2. Coñecemento e uso das nocións de matriz jacobiana e rango dunha aplicación. Redución a forma normal das aplicacións de rango máximo.
3. Estudo e comprensión dos conceptos de vector tanxente e aplicación linear tanxente. Tradución dos conceptos previos, incluíndo as nocións de inmersión, submersión e difeomorfismo local.
4. Coñecemento da noción de subvariedade, da condición de regularidade e a súa relación coas subvariedades mergulladas. Uso do lema de factorización.
5. Coñecemento dos resultados básicos da topoloxía cociente e uso no estudo das variedades cocientes e no manexo das súas estruturas diferenciables.
6. Coñecemento dos conceptos de campo de vectores, curva integral e fluxo local. Translación das competencias e destrezas adquiridas no estudo das ecuacións diferenciais ordinarias ao contexto das variedades. Comprensión do concepto de campo completo e das condicións necesarias e suficientes para existencia dun fluxo global.
7. Estudo e manexo das formas diferenciais. Interpretación e uso das formas de traballo, fluxo e densidade.
8. Coñecemento das nocións de forma de volume. e orientación dunha variedade diferenciable.
9. Coñecemento e uso da integración de formas diferenciais sobre variedades e dominios regulares. Comprensión da relación existente coa teoría da medida. Uso do teorema de Stokes no cálculo de lonxitudes, áreas e volumes.

Metodoloxía da ensinanza

A distribución semanal da materia será habitualmente a seguinte: 3 horas de teoría e 3 horas de prácticas. Agora ben, como parte do proceso de converxencia cara ao Espazo Europeo de Educación Superior (EEES), prestárase unha atención especial á titorización do alumno. Neste sentido, proporase á resolución de exercicios e problemas tanto na aula, como na casa, coa posterior explicación de cada alumno no encerado.

Sistema de avaliación da aprendizaxe

Avaliación continuada, baseada no traballo de cada alumno na aula e realizada ao longo do curso, completada cunha avaliación puntual mediante unha proba escrita, fixada no calendario da Facultade. No caso de grupos pequenos, que non superen os dez alumnos, unha avaliación continuada positiva eximirá da realización do exame final. En xeral, a cualificación final non será inferior á cualificación do exame final, pero poderá verse incrementada ata un 40% no caso de avaliación continuada positiva. A proba escrita consistirá en varias cuestións teóricas, que poden incluír na definición de conceptos, enunciado de resultados ou proba total ou parcial deles, e varios problemas análogos aos resoltos no curso.

Tempo de estudo e de traballo persoal que debe dedicar un estudante para superala

Horas presenciais:
45 horas teóricas
45 horas prácticas (25 horas de clases prácticas e 20 horas de seminarios adicados á resolución de problemas polos alumnos)

Horas de traballo autónomo:
90 horas de estudo teórico e práctico relacionado coa docencia presencial
70 horas de preparación dos exercicios e do exame final

O volume total de horas de traballo é de 250 horas, equivalente a 10 ECTS.

Observacións

Aconséllase ter cursadas as seguintes materias: Álxebra linear e multilinear, Cálculo diferencial e integral, Topoloxía, Diferenciación de funcións de varias variables reais, Integración de funcións de varias variables reais, Introdución ás ecuacións diferenciais ordinarias, Curvas e superficies.