

# GUÍA DOCENTE

**Materia:** Curvas e Superficies

**Código:** 091301

**Tipo de materia:** Troncal

**Titulación:** Licenciatura en Matemáticas

**Curso:** Terceiro

**Profesor:** Luis María Hervella Torrón

## **Obxectivos da materia**

---

Manexo do método do triedro móbil (Triedro de Frenet) para o estudo da teoría local de curvas, analizando en profundidade as ideas de curvatura e torsión. Estudio das superficies regulares mediante as súas coordenadas, introducindo os conceptos de plano tanxente, diferencial dunha aplicación entre superficies e formas fundamentais. Coñecemento e manexo da curvatura de Gauss e curvaturas normais. Demostración e comprensión do Teorema egregium de Gauss.

---

## **Contidos**

---

- 1.- Curvas regulares. Parámetro lonxitude de arco  
Definicións. Exemplos. Vector e recta tanxentes. Parámetro lonxitude de arco. Curvas de velocidade unidade.
  - 2.- Curvatura, torsión, triedro de Frenet.  
Curvatura e torsión dunha curva. Interpretación xeométrica. Fórmulas de Frenet-Serret.
  - 3.- Teorema fundamental de curvas  
Transformacións lineares. Traslacións. Transformacións afíns. Isometrías e movementos ríxidos.  
Orientación. Teorema fundamental.
  - 4.- Superficies regulares  
Definicións básicas. Exemplos. Cambio de parámetros. Funcións diferenciables sobre superficies.  
O plano tanxente. Diferencial dunha aplicación.
  - 5.- A primeira forma fundamental  
A primeira forma fundamental. Aplicacións.
  - 6.- A xeometría da aplicación de Gauss  
A segunda forma fundamental. Curvaturas normais. Teoremas de Meusnier e Euler.  
Liñas de curvatura. Clasificación dos puntos dunha superficie. Indicatriz de Dupin.  
Direccións conxugadas.
  - 7.- A aplicación de Gauss en coordenadas locais  
Ecuacións de Gauss e Weingarten. Ecuacións diferenciais das liñas asintóticas e de curvatura.
  - 8.- Aplicacións entre superficies  
Isometrías. Aplicacións conformes.
  - 9.- Teorema de Gauss  
Ecuacións de Codazzi-Mainardi. Teorema Egregium de Gauss. Teorema de Bonnet.
  - 10- Aplicacións prácticas  
Superficies de revolución. Superficies regradas. Superficies minimais.
-

## ***Bibliografía básica e complementaria***

---

- Araújo, P.V. Geometría Diferencial. Coleção Matemática Universitária. IMPA, Rio de Janeiro. 1998
- Carmo, M.P.do. Geometría diferencial de curvas y superficies. Alianza ed. Madrid 1990.
- Cordero, L.A., Fernandez, M., Gray, A. Curvas y superficies con Mathematica. Addison-Wesley Iberoamericana. 1994.
- Fedenko, A. Problemas de geometría diferencial. Mir. Moscú 1981.
- Hsiung, C. C. A first course in differential geometry. Wiley. New York 1981.
- Klingenberg, W. Un curso de geometría diferencial. Alhambra ed. Madrid 1973.
- Lipschutz, L.M. Geometría diferencial. Schaum. Colombia 1971.
- López de la Rica, A; de la Villa Cuenca, A. Geometría diferencial. Edit. Clagsa, Madrid 1997.
- Milman, R.S., Parker, G.D. Elements of differential geometry. Prentice Hall. New J. 1977.
- Vaisman, I. A first course in differential geometry. Marcel Dekker. New York 1984.
- 

## ***Competencias***

---

- Identificar as curvas regulares, aillando singularidades.
  - Coñecemento e manexo da curvatura e da torsión dunha curva regular mediante o triedro de Frenet.
  - Identificación de superficies abstractas e superficies regulares. Manexo do seu plano tanxente.
  - Utilización da aplicación de Gauss para o estudo local dunha superficie regular.
  - Coñecemento das curvaturas normais dunha superficie, e das curvaturas principais cara a definición e manexo da curvatura de Gauss e da curvatura media.
  - Utilización do anterior para o estudo de superficies coñecidas (superficies de revolución, regradas e minimais).
  - Utilización de paquetes informáticos para a visualización de superficies e o cálculo dos seus elementos.
- 

## ***Metodoloxía da ensinanza***

---

Catro horas de teoría e dúas horas de problemas e seminarios á semana.  
Nas clases de problemas e seminarios resolveranse os exercicios propostos nas horas de teoría e as dúbidas que poidan xurdir.  
Mediante o uso de ordenador faráanse exercicios prácticos de cálculo de curvaturas.

---

### **Sistema de avaliación da aprendizaxe**

---

- Probas periódicas e exame final escrito.

---

### **Tempo de estudos e de traballo persoal que debe dedicar un estudante para superala**

---

Horas presenciais: teóricas: 60  
problemas: 15  
seminarios: 15  
Horas non presenciais: 8 horas/semana x 12 semanas: 96 horas  
Horas de preparación do exame final: 30 horas  
Total volumen de traballo: 216 horas

---

### **Recomendacións para o estudo da materia**

---

Materias que se aconsella cursar previamente:  
Algebra lineal e multilineal, Topoloxía, Diferenciación de funcións de varias variables reais,  
Integración de funcións de varias variables reais, Introducción as ecuacións diferenciais ordinarias.

---

### **Observacións**

---

É moi importante o traballo diario para levar a materia ao día e poder seguir o desenrrolo desta materia que é moi constructiva e intuitiva.

---

# PROXECTO

## OBXECTIVOS:

---

- Potenciar a autoaprendizaxe e a comprensión da materia por parte dos estudantes.
  - Promover un alto nivel de participación nas clases e de interacción estudante/profesor.
  - Acadar un grao satisfactorio de familiaridade con algúns dos libros incluídos nas referencias bibliográficas do programa en particular co libro de do Carmo “Geometría diferencial de Curvas e Superficies”
  - Tomar conciencia, a través de exemplos concretos, da importancia da materia a tratar en si mesma e tamén en relación a outras materias do plano de estudos e incluso doutras ciencias.
  - Intentar que a colaboración nas clases sexa tan forte que o exame final sexa xa so de trámite para os alumnos que sigan o curso.
- 

## PLAN DE ACTUACIÓN:

---

- Precisaría de axuda para o deseño das prácticas nas aulas de informática, tanto en relación co manexo do software como para a elección de actividades axeitadas.
  - Para a corrección dos problemas propostos e para propones novos problemas conto ca axuda dun monitor .
  - Dotación de licencias do programa Mathematica para as aulas de informática da Facultade de Matemáticas. Este é o software que me resulta máis familiar e co que traballo habitualmente, pero a Facultade carece de licencias para os estudantes.
-

## RECURSOS:

---

- Nas clases seminario plantexaranse cuestións e problemas para que os alumnos lles dean resposta na propia clase ou en clases posteriores. Platearanse traballos que terán que ser expostos e evauados na aula, tanto por mín como polos outros compañeiros. Estes traballos valoraránse pola súa exposición e polo seu contido matemático. Tódolos alumnos farán 2 traballos individuais ó longo do curso, onde entregarán resoltos problemas similares ós do examen final. Ao remate do cuadrimestre as notas de todos estes traballos serán tidas moi en conta para aprobar a materia.
  - Nas clases teóricas e prácticas de pizarra promoveréi a participación dos alumnos facilitando resúmenes dos contidos da clase .Premeditadamente, eses resúmenes non conteñen toda a información que se pretende que os alumnos teñan que aprender (por exemplo, non figura neles case ningunha demostración). Trátase con elo de non perder a atención dos estudantes durante as explicacións. Por outra banda, nos esquemas intercálanse abundantes preguntas que servirán para propiciar o debate antes da súa completa resolución pola miña parte o por parte dos propios estudantes, se é o caso.
  - Os alumnos disporán de boletíns de problemas como en anos anteriores. Trátase dun compendio de problemas interesantes extraídos da bibliografía ou plantexados por outros profesores do departamento cando impartiron esta mesma materia. Neses boletíns están incluídos moitos problemas de exames de anos anteriores cuxa resolución exporei nas clases co máximo detalle posible e en canto dispoña de tempo suficiente.
  - Nas aulas de informática do centro os alumnos tomarán contacto con programas informáticos en relación á resolución de problemas propios da materia.
  - Na titoría activa dos mércores , plantearé problemas que terán que resolver individualmente e que me entregarán, todo eso nun tempo non mayor dunha hora. Na outra hora, resolveréi os problemas e discutiremos sobre eles.
- 

## AVALIACIÓN:

---

- A resolución dos problemas que se propoñen durante o curso e que irán entregando nos prazos marcados será un 20% da nota.
  - No titoría activa dos mércores faremos probas sobre a materia que se deu na seman anterior , o que valerá outro 20% da nota .
  - O exame final terá maior peso e representará o 60% .
  - Se é posible haberá alumnos que terán avaliación continua
-

# MEMORIA

---

Cualificación de 1-10 sobre a consecución dos OBXECTIVOS plantexados:

- Potenciar a autoaprendizaxe e a comprensión da materia por parte dos estudantes
- Promover un alto nivel de participación nas clases e de interacción estudante/profesora.
- Acadar un grao satisfactorio de familiaridade con algúns dos libros incluídos nas referencias bibliográficas do programa en particular co libro de Do Carmo : “Geometría diferencial de Curvas e Superficies”
- Tomar conciencia, a través de exemplos concretos, da importancia da materia a tratar en si mesma e tamén en relación a outras materias do plano de estudos e incluso doutras ciencias.

Intentar que a colaboración nas clases sexa tan forte que o exame final sexa xa so de trámite para os alumnos que sigan o curso .

Penso que as titorias dos mércores foron as horas mais aproveitadas no aprendizaxe da asignatura. Foron importantísimas a hora de puntuar os alumnos e grazas a estas clases moitos alumnos tiveron avalización continua.

O numero de aprobados neste grupo experimental da materia foi superior o outro grupo que seguía liñas tradicionais.

---