

Si encuentras algún posible error o errata, avísame por favor. Gracias.

Hoja 6

- 1) Valor máximo: 55 (en $x = 6$). Valor mínimo: -26 (en $x = 3$).
 Valor máximo: 1404 (en $x = 6$). Valor mínimo: 0 (en $x = 0$).
 Valor máximo: e^6 (en $x = 6$). Valor mínimo: e^{-2} (en $x = -2$).
- 3) Usa Bolzano para encontrar un intervalo donde haya una raíz, y después prueba que la función es estrictamente creciente. Deduce que no puede haber más de una raíz.
- 4) (a) $\sqrt{3}$ (b) 2 (c) 0 (d) 1 (e) 1 (f) 0 (g) $3/4$ (h) 0 (i) e^3 (j) e^9 (k) $1/3$
 (l) $+\infty$ (m) $3/5$ (n) 1 (o) 1.
- 5) (a) Para comprobar la representación puedes poner en Google: Plot $100/(1+2e^{(-t)})$
 (b) $\ln 2$ (c) 100.
- 6) (b) a, k .
- 7) Orden 1: x . Orden 2: $x - \frac{x^2}{2}$. Orden 3: $x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3}$. Haz las evaluaciones en 0,01 con la calculadora.
- 8) $\sum_{\substack{k=1 \\ k \text{ impar}}}^n \frac{(-1)^{\frac{k-1}{2}}}{k!} x^k, \quad \sum_{\substack{k=1 \\ k \text{ par}}}^n \frac{(-1)^{\frac{k}{2}}}{k!} \left(x - \frac{\pi}{2}\right)^k$.
- 9) En el enunciado falta el punto x_0 respecto al que hay que calcular el polinomio de Taylor. Tomando $x_0 = 0$, es imposible que se anulen ambos términos para $a, b \in \mathbb{R}$ (sí es posible para valores complejos, obteniendo $b = 1$ y $a = \pm i/\sqrt{3}$).
- 10) Para una comprobación visual, pon en Google Plot seguido de la función que quieres representar. La función valor absoluto la debes escribir como **abs**.
- 11) (b) Concentración máxima en $t = 0$, concentración mínima en $t = 1$. (c) $t = \sqrt{3}$.
- 12) (i) y (ii).
- 13) (a) $f(0) = 10 - 5 \ln 2 \approx 6,53$ (b) Crece. Nivel máximo en $t = 3$ meses, con valor $10 + 4 \ln 4 - 5 \ln 5 \approx 7,50$.
- 14) (a) $N(0) = 50$ (b) $N(\frac{1}{3}) = 150e^{-2/3} \approx 77$. (c) Desaparece.
- 15) (a) $f(0) = 7$ (b) $t = 4$ cuartos de hora (1 hora) (c) $f(4) = 7 + 16e^{-2} \approx 9,17 \text{ mg/cm}^3$
 (d) $t = 9$ (e) Tiende a estabilizarse en 7 mg/cm^3 .

Hoja 7

- 1) (a) $x(t) = 5 - 4e^{-2t}$. (b) $x(2) = 5 - 4e^{-4}$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} x(t) = 5$.
- 3) (a) $-\frac{x^2}{4} + \frac{x^2}{2} \ln x$ (b) $(2-x^2) \cos x + 2x \sin x$ (c) $\frac{2^x(-1+x \ln 2)}{(\ln 2)^2}$ (d) $\frac{1}{13} e^{3x} (3 \cos 2x + 2 \sin 2x)$.
- 4) (a) $F'(x) = (\sin x^2) \ln(1 + x^2)$.
 (b) $G'(x) = F'(g(x))g'(x) = (\sin x^4) \ln(1 + x^4)2x$, donde $g(x) = x^2$.
- 5) (a) $-x + \frac{\text{tg}(ax)}{a}$ (b) $\sin x - \frac{2}{3} \sin^3 x + \frac{\sin^5 x}{5}$ (c) $-2 \cotg 2x$ (d) $-\frac{1}{2} \ln(\cos 2x)$.
- 7) (a) $-\frac{7}{2}$ (b) $\frac{1}{2}$ (c) $e - \sqrt{e}$ (d) 0 (función impar en intervalo simétrico respecto al origen)
 (e) $\frac{T \cos \alpha}{\pi}$ (f) 0 (función impar en intervalo simétrico respecto al origen)
- 8) (a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{9}{2}$ (c) $\frac{64}{3}$ (d) 20π (dibuja la gráfica, que es una elipse, y calcula el área sobre el eje x , con el cambio de variable $x = 5 \cos(t)$ y después integrando por partes).
- 9) $\lim_{N \rightarrow +\infty} \int_1^N \frac{1}{x^2} = \lim_{N \rightarrow +\infty} \left[-\frac{1}{x} \right]_1^N = 1$.

- 10) $\lim_{N \rightarrow +\infty} \int_1^N \frac{1}{x} = \lim_{N \rightarrow +\infty} [\ln(x)]_1^N = +\infty$ mientras que $\lim_{N \rightarrow +\infty} \int_1^N e^{-x} = \lim_{N \rightarrow +\infty} [-e^{-x}]_1^N = e^{-1}$.
- 11) $x(t) = \frac{t^2}{2} - \frac{t^3}{3} - 2$ (a) $x(10) = -\frac{856}{3}$ (b) $\int_0^{10} |v(t)| dt = \frac{851}{3}$.
- 12) $A = -3$. La distancia recorrida en el primer segundo es $\int_0^1 |v(t)| dt = -\frac{4}{3\sqrt{3}}$.
- 13) (a) $\int_0^{20} v(t) dt = 100 \left(\frac{1}{1+3e^{-2}} - \frac{1}{4} \right)$ (b) $N(20) = \frac{100}{1+3e^{-2}}$.
- 14) (a) $x(t) = 100 \frac{1+8e^t}{1+4e^t}$ (resuelve la ecuación diferencial y, para integrar, usa el método de las fracciones simples)
 (b) $\lim_{t \rightarrow +\infty} x(t) = 200$.
- 15) (a) $S(t) = 1000(25 - 24e^{-\frac{3t}{100}})$ (en gramos) (b) $t = \frac{100}{3} \ln 2 \approx 23,1$ minutos
 (c) $\lim_{t \rightarrow +\infty} S(t) = 25$ kg.
- 16) (a) $\int_0^4 v(t) dt = 4000(1 - 3e^{-2}) \approx 2376$
 (b) $t = 2$ días (resolver $v'(t) = 0$ y comprobar que es máximo viendo que $v''(2) < 0$).
- 17) $l(t) = -\frac{8}{t^2+1} + 9$, por lo que $l(3) = 8,2$ cm.
- 18) (a) $\int_{-1}^1 \pi(1-x^2)^2 dx = \frac{16\pi}{15}$ (b) $\int_0^1 \pi(x^2-x^6) dx = \frac{4\pi}{21}$ (c) $\int_1^2 \pi e^{2y} dy = \frac{1}{2} e^2 (e^2 - 1) \pi$
 (d) $\int_1^3 \pi \left(\frac{1}{x^2} + \frac{2}{x} \right) dx = \pi \left(\frac{2}{3} + \ln 9 \right)$ (e) $\int_2^4 2\pi x(x-1) dx = \frac{76\pi}{3}$ (f) $\int_0^2 2\pi x(2x^2-x^3) dx = \frac{16}{5} \pi$
 (g) $\int_0^1 2\pi x e^{-x^2} dx = \pi(1 - e^{-1})$.
- 20) $\frac{1}{2}(3 \pm \sqrt{5})$.
- 21) 6.

Los ejercicios 19, 22 y 23 no entran, al no haber visto teoría ni ejemplos en clase. Quien esté interesado en ellos, puede consultar el libro de Stewart.